

Contrôle continu de mécanique

L'usage des calculatrices, des documents personnels et téléphones portables, est interdit.

(Durée : 45 minutes)

NOM :

Prénom :

Groupe :

Note (/20) :

I- Questions de cours :

On explicitera toutes les grandeurs introduites dans les réponses.

1- Enoncer la première loi de Newton.

2- Enoncer la relation fondamentale de la dynamique en référentiel non galiléen.

3- Enoncer le théorème du moment cinétique en un point fixe.

4- Enoncer la troisième loi de Newton.

5- Donner la définition du champ de gravitation terrestre et du champ de pesanteur.

II- Cinématique : mouvement hélicoïdal

Un point matériel M décrit, par rapport à un repère galiléen $\mathcal{R}(\vec{O}, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, une trajectoire définie par les équations paramétriques :

$$x = b \sin \omega t, \quad y = b(1 - \cos \omega t) \quad \text{et} \quad z = b\omega t, \quad \text{où } b \text{ et } \omega \text{ sont des constantes positives.}$$

- a) Rappeler la définition des coordonnées cylindriques (ρ, φ, z) de M en fonction de ses coordonnées cartésiennes, puis les exprimer en fonction du paramètre t .

On rappelle : $1 - \cos(\omega t) = 2 \sin^2\left(\frac{\omega t}{2}\right)$ et $\sin(\omega t) = 2 \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right)$.

- b) Soit H , le projeté orthogonal de M dans le plan (xOy) . Quelles sont ses coordonnées cartésiennes (x_H, y_H, z_H) , et ses coordonnées cylindriques (ρ_H, φ_H, z_H) ?

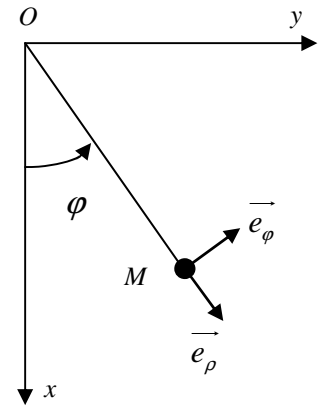
- c) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de H . Quelle est la trajectoire de H ?

- d) Déterminer l'équation cylindrique de la trajectoire de H .

- e) Déterminer, en fonction du paramètre t , les coordonnées cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération du point M par rapport à \mathcal{R} .
- f) Déterminer, en fonction du paramètre t , les coordonnées cylindriques des vecteurs vitesse et accélération du point M par rapport à \mathcal{R} .
- g) Rappeler la définition de la base de Frénet (ou base intrinsèque), puis déterminer les coordonnées intrinsèques des vecteurs vitesse et accélération du point M par rapport à \mathcal{R} .

III- Dynamique : oscillations d'un pendule

Dans le repère galiléen $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, dans lequel Ox représente la verticale descendante, une masse ponctuelle m en M est attachée à une tige rigide OM , de longueur l et sans masse. M oscille autour de l'axe horizontal Oz , et on note $\varphi = (\vec{e}_x, \overrightarrow{OM})$. \vec{g} est le champ de pesanteur.



- a) Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur M . On les exprimera dans la base cylindrique $B = (\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ associée à M .

- b) Dédire de la relation fondamentale de la dynamique l'équation du mouvement de M .

- c) Retrouver l'équation du mouvement de M par application du théorème du moment cinétique.